

[illegible]

كما حنفوا منهن قاصداً للرجال وشيخة، وقد تعال بهذا الصنف وأهلهما الرجال المملوكة  
التي حنفوا بها.  
الرجال المملوكة.

$$I = [a, b] \quad , \quad I = ]a, +\infty[ \quad , \quad -\infty < a < b < \infty$$

A diagram showing a function  $f_2$  from set  $A$  to set  $B$ . Set  $A$  contains elements  $a, b, c$  and Set  $B$  contains elements  $1, 2, 3, 4, 5$ . The mapping is:  $a \rightarrow 1$ ,  $b \rightarrow 2$ , and  $c \rightarrow 2$ .

A mapping diagram showing a function from set A to set B. Set A contains elements a, b, and c. Set B contains elements 1, 2, and 3. Arrows indicate the mapping: a maps to 1, b maps to 1, and c maps to 2.

الدالة العددية:

لكنه  $X, Y$  مجموعتان  $\neq \emptyset$  وعدديتا من  $R$  شبيهة بالليبر من المجموعتين  $X$  و  $Y$

$$X \subseteq R \quad \text{حيث}$$

$$Y \subseteq R$$

شبه كل ليبر من المجموعتين العدديتين  $X$  و  $Y$  (الثانية العددية حيث يرتبط كل عنصر

$$x \in X \text{ بعنصر واحد فقط } y \in Y \text{ وتكتب } f: X \rightarrow Y$$

$$x \mapsto y = f(x) \quad \text{حيث:}$$

شبه  $X$  (بشكل)  $f$  تعريف هذه الدالة أو منطوقها  $Y$  مجموعة قيم هذه الدالة أو مستقرها. وليس من الضروري أنه يكون مستقر المعطى هو مستقر المعطى.

$$\text{دنيا العلاقة } f(x) = y \text{ تبعاً لـ } x, y.$$

مثال:

$$D(f) = R \quad f(x) = 3x + 1 \quad \text{بجربتها}$$

$$R(f) = R = ]-\infty, \infty[$$

هذا المستقر = المعطى.

$$f: R \rightarrow R$$

$$x \mapsto y = f(x) = 3x + 1.$$

$$y = e^x \quad \text{وكذلك الدالة}$$

$$D(f) = R, \quad R(f) = ]0, \infty[.$$

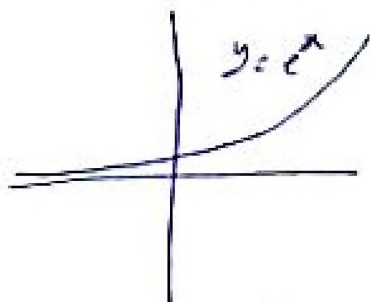
وتسمى الدالة العكسية.

المستقر المعطى:

$$e^x: R \rightarrow R$$

$$\infty > e^x > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$$



وكثير من الدوال مثل:

$$\cos, \sin, [x], \arcsin, \arctan, \operatorname{ch}, x^2, \dots$$

الدالة العددية المحدودة:

$$f: I \rightarrow Y$$

فكأنه الدالة  $f$  معرفة بالشكل:

حيث  $I$  أنه مجموعة (مفتوحة، مغلقة، نصف مغلقة)



$$N = I = \{1, 2, \dots\}$$

يُقال لـ  $f$  هذه الدالة أيضاً محدودة على  $I$  فيكون شرطها إذا كانت:

$$|f(x)| \leq K \quad \forall x \in I$$

عدد حقيقي موجب

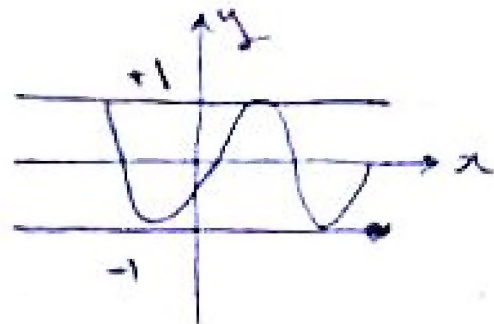
أي أنه يكون مجموع قيمها محدوداً  $\forall$  مجموعة محدودة أي محدودة.

$$\frac{\alpha}{\beta} \leq f(x) \leq \frac{\beta}{\alpha} \quad \forall x \in I.$$

مثال:

$$D(f) = \mathbb{R}, \quad R(f) = [-1, +1]$$

$$f(x) = \sin x$$



$$\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$$

$$x \mapsto y = \sin x.$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{أي: } (|\sin x| \leq 1)$$

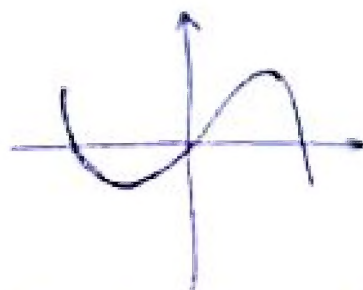
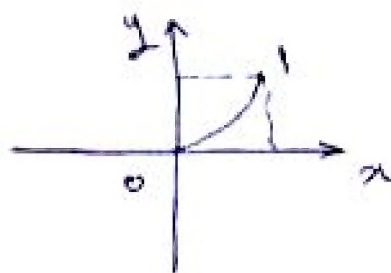
$$g: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$x \mapsto y = g(x) = x^2$$

$$\text{فكذلك، لذلك: } g(x) = x^2$$

$$D(g) = [0, 1] \quad \text{حيث:}$$

$$R(g) = [0, 1]$$



بينما الدالة  $f(x) = x^3$  لا المربعة على  $\mathbb{R}$  ليست محدودة.

لأنه مجموع قيمها العقلية ليست محدودة.

$$D(R) = ]-\infty, \infty[ \rightarrow -\infty < x < \infty$$

وهذه الدالة محدودة من حيثها بالعدد 0 وليست محدودة من حيثها بالعدد 1.

$$\inf_{x \in \mathbb{R}} e^x = 0 \notin ]0, \infty[$$

$$\sup_{x \in \mathbb{R}} e^x = \infty \rightarrow \text{معدل ليس عدد } \exists R$$

الدالة المتزايدة (المتزايدة تماماً):

لكل الدالة  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  حيث  $I$  فترة (مجموعة) يتعدى عدد هذه الدالة أنها متزايدة (متزايدة تماماً) على  $I$  إذا تحقق:

$$\forall x_1, x_2 \in I \text{ و } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

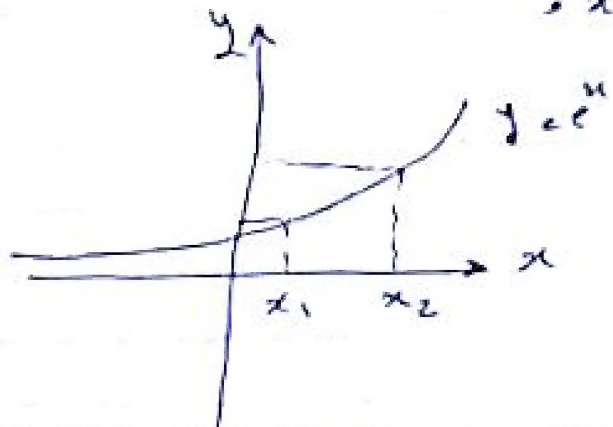
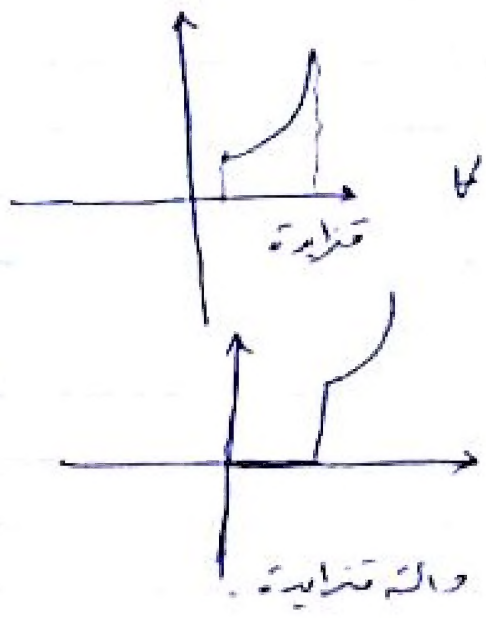
$$\{ f(x_1) < f(x_2) \} \text{ إذا تزايداً}$$

مثال:

$$D(f) \subseteq \mathbb{R} \text{ و } y = e^x \text{ متزايدة تماماً على } \mathbb{R}$$

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; x_1 < x_2 \Rightarrow e^{x_1} < e^{x_2}$$

$$\text{و } x \in \mathbb{R}$$

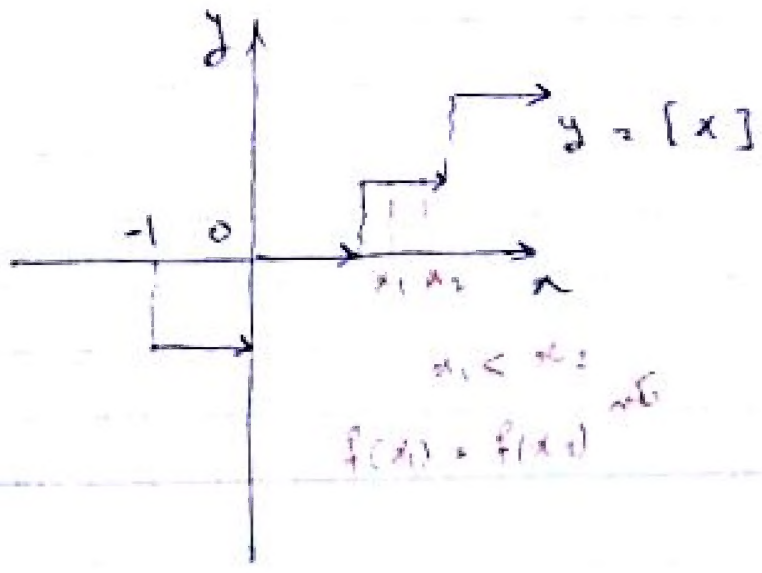


أما الدالة  $f(x) = [x]$  التي تسمى الدالة المرحلية متزايدة على  $\mathbb{R}$  (الليكن  $x$  عدد صحيح).

معرفة كل  $x \in \mathbb{R}$  ينتمي الفاصل  $[x, x+1[$  رمزها  $[x]$  مثلاً

$$[\frac{1}{2}] = 0, [\pi] = 3$$

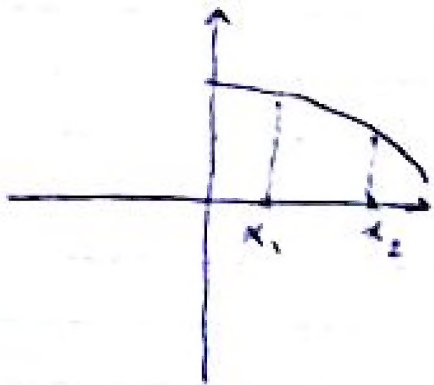
$$[-1] = -1, [0] = 0$$



الحالة المتناقصة (تتناقص تماماً):

يقول أنه الدالة تناقصية (متناقصة تماماً) على  $I$  إذا تحقق:

$$\forall x_1, x_2 \in I \text{ و } x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} f(x_1) \geq f(x_2) \\ \{ f(x_1) > f(x_2) \} \end{cases} \quad (2)$$



بالعكس تماماً:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

مثال:

الدالة  $f(x) = x^2$  المتناقصه تماماً على الفترة  $]-\infty, 0]$

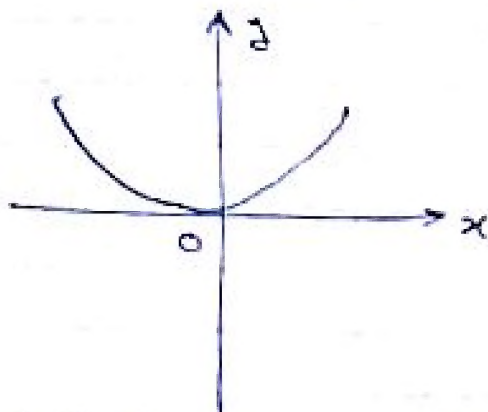
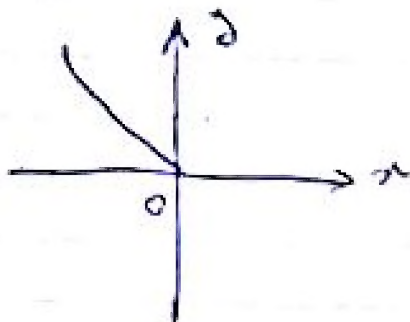
وهي متزايدة تماماً على الفترة  $[0, +\infty[$ .

نتيجة أي دالة متزايدة أو متناقصة، بالضرورة تكون دالة واحدة متزايدة.

مثال:

الدالة  $f(x) = x^2$  (ذات، تزايدية) ليست

متزايدة على  $\mathbb{R}$  لأنها ليست كذلك.



منه الدوال التزايدية  $\sin$  و  $\cos$  على  $\mathbb{R}$  ليست متزايدة، إلا

على فترات مثل  $[0, \frac{\pi}{2}]$  متزايدة.